Unit n°80

Prime Triptych

Middle panel

Man stelle sich vor, das „Primzahlerzeugungsproblem“ sei computergerecht gelöst:

** Es sei ein Bildungsgesetz für die Primzahlsequenz 2,3,5,7,11,13,17,… gefunden, mit dem diese in beliebiger Länge, vielleicht sogar mit polynomialer Zeitkomplexität, generiert werden kann.

** Und es existiere ein ebensolcher Algorithmus zur separaten Berechnung der n-ten Primzahl.
Alles aus einem Guss.

** Welche Auswirkungen würde das in den Naturwissenschaften und in der Technik (speziell IT und ET) haben?

** Das wäre eine generative Grammatik der Primzahlen.
Ließe sich daraus eine erkennende Grammatik der Primzahlen herleiten?

Left related panel

Primality (sequence of primes) and π transcendence are closely related, see

$$6\prod_{i=1}^{\infty}\frac{p_i^2}{p_i^2-1}=15\prod_{i=1}^{\infty}\frac{p_i^2}{p_i^2+1}\Rightarrow\pi^2$$

but, what a pity, it's only a one-way street "sequence of primes → π".

How about "π → sequence of primes"?

Right related panel

$$\prod_{i=2}^{\infty}\frac{i^2}{i^2-1}=2$$

$$\prod_{i=1}^{\infty}\frac{(2i)^2}{(2i)^2-1}=\frac{\pi}{2}$$

$$\prod_{i=2}^{\infty}\frac{(2i-1)^2}{(2i-1)^2-1}=\frac{4}{\pi}$$

$$\prod_{i=2}^{\infty}\frac{p_i^2}{p_i^2-1}=\frac{\pi^2}{8}=\frac{\prod_{i=1}^{\infty}\frac{(2i)^2}{(2i)^2-1}}{\prod_{i=2}^{\infty}\frac{(2i-1)^2}{(2i-1)^2-1}}$$

$$\prod_{i=2}^{\infty} \frac{i^2}{i^2+1} = \frac{2\pi}{\sinh \pi}$$

$$\prod_{i=1}^{\infty} \frac{(2i)^2}{(2i)^2+1} = \frac{\pi}{2\sinh \frac{\pi}{2}}$$

$$\prod_{i=2}^{\infty} \frac{(2i-1)^2}{(2i-1)^2+1} = \frac{2}{\cosh \frac{\pi}{2}}$$

$$\left.\begin{matrix} e^{\pi/2} \\ e^{-\pi/2} \end{matrix}\right\} = \prod_{i=1}^{\infty} \frac{(2i-1)^2+1}{(2i-1)^2} \pm \prod_{i=1}^{\infty} \frac{(2i)^2+1}{(2i)^2-1}$$

$$\prod_{i=2}^{\infty} \frac{p_i^2}{p_i^2+1} = \frac{\pi^2}{12}$$

Predella

Given is the transcendent number

ρ = 3.089548294173952229627346519086913821436997238332206901789034426123526911623810540549345148236642814177544411727855800761269876344210810880383963847675303873580913616189568171630892991830108486995416 6…

** *Decode* from ρ the leading part of the prime sequence.

** *Find* an infinite expression (f.e. series, product, continued fraction, nested products, nested roots, determinant, etc.) for the calculation of ρ containing as operands only the sequence of natural numbers, like

$$e^2 = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{2^i}{i!} \; ; \quad \frac{\pi^2}{6} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^2}$$