Unit 19.2.5
Nachtrag 2 zu Unit 19

19.2.1 Diskussionsbedarf für Formeldarstellungen mittels „verkürzter Determinanten“

19.2.1.1

Gl (3) und Gl (4) in Unit 19 →

$$\text{area}\Delta P_1P_2P_3 = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}, \text{ aber auch}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & x_2 & y_2 \\ x_2 & y_2 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} \qquad (1.1,2)$$

19.2.1.2

Gl (15) und Abschn. 1.2.3, 1.3.2 in Unit 19 →

$$\tan\measuredangle P_1\mathbf{P_2}P_3 = \frac{\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & x_2 & y_2 \\ y_2 & x_3 & y_3 & x_2 \end{vmatrix}}, \text{ aber auch}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & x_2 & y_2 \\ x_2 & y_2 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & x_2 & y_2 \\ y_2 & x_3 & y_3 & x_2 \end{vmatrix}} \qquad (2.1,2)$$

19.2.2 Rekursionsformel für area$\square P_1P_2P_3 \ldots P_n$

Gl (57) in Unit 19 $\rightarrow \Delta$

$$\text{area}\square P_1P_2P_3 \ldots P_nP_{n+1} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_n & x_{n+1} \\ y_1 & y_2 & y_3 \cdots y_n & y_{n+1} \end{vmatrix} =$$

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_n \\ y_1 & y_2 & y_3 \cdots y_n \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_n & x_{n+1} \\ y_1 & y_n & y_{n+1} \end{vmatrix} =$$

$$\text{area}\square P_1P_2P_3 \ldots P_n + \text{area}\Delta P_1P_nP_{n+1} \quad (3)$$

19.2.3 Zahlentheoretisches Ausloten von 19.2.1,2

19.2.3.1 Fibonacci-Folge

fib(0)=1, fib(1)=1, fib(2)=2, fib(3)=3,
fib(4)=5, 8,13,21,34,55,89,144,233,377,610,
987,1597,2584,4181,6765,10946,17711,…
fib(n+1)=fib(n)+fib(n-1)

$$\begin{vmatrix} fib(0) & fib(2) & fib(4) \\ fib(1) & fib(3) & fib(5) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

= -1 = -((2-1)

$$\begin{vmatrix} fib(0) & fib(4) & fib(6) \\ fib(1) & fib(5) & fib(7) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 13 \\ 1 & 8 & 21 \end{vmatrix}$$

= -4 = -(5-1)

$$\begin{vmatrix} fib(0) & fib(6) & fib(8) \\ fib(1) & fib(7) & fib(9) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 13 & 34 \\ 1 & 21 & 55 \end{vmatrix}$$

$= -12 = -(13-1)$

$$\begin{vmatrix} fib(0) & fib(8) & fib(10) \\ fib(1) & fib(9) & fib(11) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 34 & 89 \\ 1 & 55 & 144 \end{vmatrix} =$$

$-33 = -(34-1)$

$$\begin{vmatrix} fib(0) & fib(10) & fib(12) \\ fib(1) & fib(11) & fib(13) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 89 & 233 \\ 1 & 144 & 377 \end{vmatrix}$$

$= -88 = -(89-1)$

$$\begin{vmatrix} fib(0) & fib(12) & fib(14) \\ fib(1) & fib(13) & fib(15) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 233 & 610 \\ 1 & 377 & 987 \end{vmatrix}$$

$= -232 = -(233-1)$

$$\begin{vmatrix} 1 & 610 & 1597 \\ 1 & 987 & 2584 \end{vmatrix} = -609 = -(610-1)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1597 & 4181 \\ 1 & 2584 & 6765 \end{vmatrix} = -1596 = -(1597-1)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 4181 & 10946 \\ 1 & 6765 & 17711 \end{vmatrix} = -4180 = -(4181-1)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 10946 & 28657 \\ 1 & 17711 & 46368 \end{vmatrix} = -10945 = -(10946-1)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 28657 & 75025 \\ 1 & 46368 & 121393 \end{vmatrix} = -28656 = -(28657-1)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 75025 & 196418 \\ 1 & 121393 & 317811 \end{vmatrix} = -75024 = -(75025-1)$$

↓

$$\frac{\begin{vmatrix}1 & 75025 & 196418\\ 1 & 121393 & 317811\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 28657 & 75025\\ 1 & 46368 & 121393\end{vmatrix}} = \frac{-75025}{-28656} = \underline{2.618090452}\ldots$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{2}\left(3+\sqrt{5}\right) = 1+\Phi$$

$$= \underline{2.61803398}\ldots$$

$$\begin{vmatrix}\mathrm{fib}(0) & \mathrm{fib}(2) & \mathrm{fib}(4)\\ \mathrm{fib}(1) & \mathrm{fib}(3) & \mathrm{fib}(5)\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}1 & 2 & 5\\ 1 & 3 & 8\end{vmatrix} = -1$$

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & 5 & 13\\ 1 & 3 & 8 & 21\end{vmatrix} = -5,$$

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & 5 & 13 & 34\\ 1 & 3 & 8 & 21 & 55\end{vmatrix} = -17$$

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & 5 & 13 & 34 & 89\\ 1 & 3 & 8 & 21 & 55 & 144\end{vmatrix} = -50$$

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & 5 & 13 & 34 & 89 & 233\\ 1 & 3 & 8 & 21 & 55 & 144 & 377\end{vmatrix} = -138$$

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & 5 & 13 & 34 & 89 & 233 & 610\\ 1 & 3 & 8 & 21 & 55 & 144 & 377 & 987\end{vmatrix} =$$

$-370 = -1-4-12-33-88-232$

19.2.3.2 Primzahlen