Im Debattierclub 5

5.1 Eadem mutata resurgo

Problem corresponding to Unit 1, Babylonian sqr(2) problem
Find a simple and fast algorithm for the numeric calculation of
x = sqr(2) + sqr(3) = 3.1462643… . (1)

Solution

$x = sqr(2) + sqr(3) \rightarrow x^2 = 2 + 2sqr(6) + 3 \rightarrow (x^2 - 5)^2 = 24 \rightarrow$

$x^4 - 10x^2 + 1 = 0 \rightarrow x = (10x^2 + 1)/x^3$

$\rightarrow$ "Babylon" recursion approach:

$$x := \frac{1}{2}\left(x + \frac{10x^2 - 1}{x^3}\right) \quad \rightarrow \qquad (2)$$

Execution record for the initial value x(0)=5

t	x(t)
0	5.0
1	3.496
2	3.166504067
3	3.146532320
4	3.146267115
5	3.146264398
6	3.146264370
7	3.146264370

Associated **difference quotient**

$$\lim_{t\to\infty} dx(t) = \frac{x(t)-x(t+1)}{x(t+1)-x(t+2)} = \lim_{t\to\infty} (x(t))^4 = 97.98979485566..$$

$$= (sqr(2) + sqr(3))^4 \qquad (3.1)$$

Your **homework**

Check $\lim_{t\to\infty} d^{(k)}x(t)$ with

$$d^{(k)}x(t) = \frac{d^{(k-1)}x(t) - d^{(k-1)}x(t+1)}{d^{(k-1)}x(t+1) - d^{(k-1)}x(t+2)} \; ; \qquad (3.2)$$

$k=2,3,4,5,...$

$d^{(0)}x(t) = x(t)$

$d^{(1)}x(t) = dx(t)$

Diskussion!

Comment

The foregoing problem is an example for a converging recursion equation

$$x := \varphi(x) \qquad (4)$$

with

$$\lim_{t\to\infty} x(t) = a \qquad (5)$$

and

$$\lim_{t\to\infty} dx(t) = \frac{x(t) - x(t+1)}{x(t+1) - x(t+2)} = a^n \; ; n \in \mathbb{N} \qquad (6)$$

** Find more examples for the function $\varphi(x)$ that fulfils in the recursion equation (4) the conditions (5) and(6).

** Find a general solution for this problem.

** Are there possible applications in science and engineering?

Im Debattierclub 6

Fünf Denksportaufgaben
Collages aus allerlei Fundstücken

6.1 Eine Geschichte aus alter Zeit

Ein Bauer hinterließ seinen drei Söhnen nach seinem Tode 17 Goldmünzen. In seinem Testament legte er fest, dass der älteste Sohn die Hälfte des Schatzes bekommen sollte, der mittlere ein Drittel und der jüngste ein Neuntel. Dabei sollte keine Münze geteilt werden. Die Söhne konnten dieses Problem nicht lösen.
So fragten sie ihren Nachbarn um Rat. Der sagte: "Sehr einfach. Ich gebe euch noch eine Goldmünze. Dann habt ihr 18. Nun bekommt Karl 9, Hans 6 und Franz 2. Damit ist der Wille des Vaters erfüllt und noch besser: jeder bekommt mehr als ihm eigentlich zusteht. Das Beste aber ist: ich kann meine Münze wieder mitnehmen." Die Söhne waren zufrieden und lobten die Klugheit des Nachbarn im ganzen Dorfe.
Was steckt hinter diesem Wunder? Welche andere Lösung wäre denn möglich/besser?
Man erfinde ähnliche, aber komplexere Geschichten dieser Art.

6.2 In einem Zug und minimal

o o o
o o o
o o o

Verbinde diese neun Punkte – ohne beim Zeichnen abzusetzen – durch eine ununterbrochene Streckenfolge, wobei jeder Punkt nur einmal berührt wird. Finde eine Minimallösung: kleinste Anzahl von Strecken vom Startpunkt zum Endpunkt.

In one move and minimal

Draw an uninterrupted sequence of a minimal number of line segments connecting all nine points touching each only one times.
See http://en.wikipedia.org/wiki/Thinking_outside_the_box
Auch hier:
Man erfinde ähnliche geometrische "thinking outside the box" teasers.

6.3 Noch ein Oldtimer

Ein König in alter Zeit hatte eine Tochter. Er wollte sie mit einem klugen Mann verheiraten, der einmal sein Nachfolger werden sollte. So ließ er einen Wettstreit verkünden: der Gewinner gewinnt Tochter und Reich, die Verlierer verlieren ihr Leben. Ein hoher Gewinn und ein hoher Einsatz. Am festgesetzten Tage, als die Sonne am höchsten stand, erschienen zwei Ritter zu Pferde. Der König sagte zu ihnen: "Reitet zu diesem fernen Baum und hierher zurück. Der, dessen Pferd zuletzt hier ankommt, gewinnt meine Tochter." Die Kandidaten ritten los, zu jenem fernen Baum. Unterwegs wurden sie langsamer und langsamer, denn nicht Schnelligkeit, sondern Langsamkeit war erforderlich! An jenem fernen Baum schließlich stiegen sie vom Pferd und setzten sich ins Gras um nachzudenken. Plötzlich sprang einer aufs Pferd und ritt so schnell er konnte zum König zurück, der andere aber ritt davon, so schnell er konnte. So gewann der erstere die Tochter, der andere sein Leben. Was war geschehen?

Epilog

Gegen Abend kam das Pferd des Gewinners zu seinem Herrn zurück. Es hatte den fremden Reiter bei passender Gelegenheit abgeworfen. Nun waren alle Bedingungen des Königs erfüllt und es konnte mit den Hochzeitsvorbereitungen begonnen werden.

Welche andere Lösung des Problems wäre denn denkbar?

Man erfinde ähnliche „change lobsters" pointierte Stories.

6.4 Unterwegs nach Chengdu, in alter Zeit

Ein junger Mann, Liu Tianhai, der später ein berühmter Schwertmeister wurde, von dem man sagt, dass er im siebenten Regierungsjahr des chinesischen Kaisers Taizu Erleuchtung erlangte, machte sich eines Morgens mit allem Nötigen versehen, aus seinem Heimatdorf auf den Weg, um in Chengdu bei dem Meister Ma Yun den Schwertkampf zu erlernen. Am späten Nachmittag begegnete er einem alten Mann, den er gemäß der Sitte ehrfürchtig begrüßte und dem er das Ziel seiner Reise nannte. Der Alte sagte daraufhin: „Wer den Schwertkampf erlernen will, muss nicht nur jung, kraftvoll und ausdauernd, mutig und entschlossen, er muss auch klug und scharfsinnig sein. Der Meister schickt Dir durch mich eine erste Prüfung. Nicht weit von hier wirst Du an eine Weggabelung kommen, der eine Weg führt nach Chengdu, der andere zu einem verborgenen

Abgrund, der schon viele Wanderer verschlungen hat und von dem aus Du den Rückweg nicht finden kannst. An dieser Gabelung stehen zwei Männer, der eine beantwortet jede Frage wahrheitsgemäß, der andere aber ist ein Lügner. Nur Du weißt nicht, wer von beiden der Lügner ist, und nur Du weißt nicht, welcher Weg nach Chengdu führt. Um diesen richtigen Weg herauszufinden, kannst Du nur einen der beiden Männer einmal fragen, und dieser wird Dir nur einmal antworten. Wie musst Du fragen, um mit Sicherheit dem Abgrund zu entgehen und nach Chengdu zu gelangen?
Hast Du so den richtigen Weg gefunden, kommst Du morgen an ein weites Flusstal von überwältigender Schönheit, das von zwei hohen Bergen überragt wird. Verweile nicht zu lange dort, denn Dein Ziel ist des Meisters Haus, das Du von da aus nach zwei Tagen erreichen kannst. Du erkennst es an einer verwitterten Stele „Durchdringende Klarheit" am Wegrand." Tianhai dankte dem Alten und fragte nach angemessenem Erwägen einen der Männer:
„Was wird der Andere mir antworten, wenn ich ihn frage: „Führt der rechte Weg nicht nach Chengdu?"" Die Antwort des Befragten war: „Nein." Da schlug Tianhai frohen Mutes den linken Weg ein, zumal weit links im grauen Dunst auch die Spitzen der beiden Wächterberge sichtbar waren. In diesem Moment verschwanden alle drei Männer.
Man schreibe diese chinesische Geschichte kreativ fort.

6.5 Der Regenwurm

Der Regenwurm

An einem sonnigen Augusttag spazieren der Philosoph Liu und zwei seiner Schüler durch den Nanshan Botanic Garden in Chongqing, vorbei an einem Teich mit großen Goldfischen, die gewohnt sind, von den Besuchern des Parks gefüttert zu werden. Da entdeckt Liu auf dem mit Granitschotter bestreuten Weg einen Regenwurm, der ohne das Vergebliche seines Vorhabens zu ahnen, dem sicheren Tode geweiht, diesen Weg zu der gegenüberliegenden Wiese zu überqueren versucht. Liu nimmt den ermatteten Regenwurm vor den Augen seiner Schüler in die Hand, sinnend: sicherer Platz im hungrigen Fischmagen oder ungewisse Wiesenfreiheit? Schließlich wirft er den Wanderer in hohem Bogen auf die Wiese.

Die Schüler aber fragten Liu verwundert, warum er das und warum er es so getan habe. Er antwortete:
„Im vorliegenden Falle war abzuwägen zwischen dem Hunger der Fische und dem Leben des Regenwurms. Die Fische werden von anderen Besuchern reichlich gefüttert, wie ihr gesehen habt. Der Regenwurm aber ist ein sehr nützliches Tier, jeder Bauer und jeder Gärtner weiß das. Eine französische Bauernweisheit behauptet zu Recht: „Gott weiß, wie man fruchtbare Erde macht, und er hat sein Geheimnis den Regenwürmern anvertraut.“ So habe ich zu Gunsten des größten erwartbaren Nutzens entschieden. Ich bin sicher, auch unsere alten Philosophen hätten so gehandelt.

Der von Gott mit einer regen Phantasie ausgestattete Regenwurm aber erzählte nach einer Zeit seinen staunenden Brüdern auf der Wiese: „Ich war in der Steinwüste dem Tode nahe. Da erbarmte sich der Gott Liu meiner und ich flog dank seiner Gnade durch die Luft zu euch. Hier habe ich Liu einen Altar errichtet, ihr solltet euch vor ihm verneigen.“ Sie taten es von nun an, und unser Regenwurm wurde Liu’s Priester, hoch geehrt als weiser und welterfahrener Mann, dem man nach seinem Tode ein weithin sichtbares Denkmal errichtete.

In dieser Geschichte ist ein numerischer Algorithmus kodiert. Man finde heraus: welcher Algorithmus und welche Kodierungstechnologie?

Lit.
D. Kahn. The Codebreakers: The Comprehensive History of Secret Communication from Ancient Times to the Internet.
ISBN-13: 978-0684831305

Im Debattierclub 7
Nutzen der Philosophie der Mathematik

** Die natürlichen Zahlen hat uns Gott gegeben, alles andere ist Menschenwerk.
Leopold Kronecker

** “The miracle of the appropriateness of the language of mathematics for the formulation of the laws of physics is a wonderful gift which we neither understand nor deserve.”
"Das Wunder, dass sich die Sprache der Mathematik für die Formulierung der physikalischen Gesetze eignet, ist ein herrliches Geschenk, das wir weder verstehen noch verdienen."
Eugene Paul Wigner
Siehe auch
E.P. Wigner. The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences.
http://www.dartmouth.edu/~matc/MathDrama/reading/Wigner.html

** Nach unserer bisherigen Erfahrung sind wir nämlich zum Vertrauen berechtigt, daß die Natur die Realisierung des mathematisch denkbar Einfachsten ist.

Albert Einstein

** Der Mensch ist das Maß aller Dinge.

** http://de.wikipedia.org/wiki/Philosophie_der_Mathematik

Welchen Nutzen bringt die Beschäftigung mit der Philosophie der Mathematik für einen { Naturwissenschaftler / Ingenieur } ?

Im Debattierclub 8

"Eine Treppe, die aufwärts führt, lässt sich auch abwärts begehen."

Alexander Demand

"Kontrafaktische Analyse" Was wäre passiert, wenn... ?

Robert Fogel

http://einestages.spiegel.de/s/tb/29797/forschung-ueber-alternativgeschichte-als-hitler-den-krieg-gewann.html

A. Demandt. Es hätte auch anders kommen können: Wendepunkte deutscher Geschichte. ISBN 978-3549073681

Ein algorithmisches Beispiel:

Rekursive Berechnung des arithmetisch-geometrischen Mittels agm(a,b) zweier positiver reeller Zahlen a und b

= „**treppauf**“ $\rightarrow$

$$x(0) = a;\ y(0) = b \qquad (1)$$

$$x(t+1) = a(x(t),y(t)) = \frac{1}{2}(x(t)+y(t)) \qquad (2.1)$$

$$y(t+1) = g(x(t),y(t)) = (x(t)*y(t))^{\frac{1}{2}} \qquad (2.2)$$

$$t = 0,1,2,3,4,...$$

$$\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{t\to\infty} x(t) = agm(a,b) \qquad (3)$$

Spezialfall

$$agm(1,\frac{1}{\sqrt{2}}) = 0.847213084793979... \qquad (4)$$

Wie steht es mit „**treppab**“?
Aus Gl. (2) folgt nach Umformung

$$\left.\begin{matrix} x(t-1) \\ y(t-1) \end{matrix}\right\} = x(t) \pm \sqrt{(x(t))^2 - (y(t))^2} \qquad (5)$$

$$t = 0, -1, -2, -3, -4, ...$$

Nachstehende Wertetabellen zeigen das Konvergenzverhalten von x(t) und y(t) für

$$x(0) = 1;\ y(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad (6)$$

t	x(t)	y(t)

0	1.0	0.707106781186547
1	0.853553390593273	0.840896415253714
2	0.847224902923494	0.847201266746891
3	0.847213084835192	0.847213084752765
4	0.847213084793979	0.847213084793979
5	0.847213084793979	0.847213084793979

0	1.0	0.707106781186547
-1	1.707106781186547	0.292893218813452
-2	3.388899611693976	0.025313950679118
-3	6.777704678681542	0.000094544706410
-4	13.55540935670366	0.000000000659415
-5	27.11081871340733	0.000000000000000

Aus den Wertetabellen entnimmt man:

** Für $t \to +\infty$ konvergieren x(t) und y(t) schnell gegen 0,847213084793979…

** Für $t = -i;\ i \in \mathbb{N}$ ist

** $x(-i) = 2^i * x(i)$ (7.1)

$x(-i)$ divergiert langsam gegen $+\infty$

(Verdoppelung pro Rekursionsschritt).

** $y(-i) = 2^i * (x(i-1) - x(i))$ (7.2)

$y(-i)$ konvergiert schnell gegen 0.

Die jeweilige Konvergenzgeschwindigkeit lässt sich mittels der Differenzenquotienten

$$dx(t) = \frac{x(t) - x(t+1)}{x(t+1) - x(t+2)} \qquad (8.1)$$

$$dy(t) = \frac{y(t) - y(t+1)}{y(t+1) - y(t+2)} \qquad (8.2)$$

quantifizieren:

$$dx(t) \to \begin{cases} (e^{\pi})^{2^t} & \text{für } t \to +\infty \\ 2 & t \to -\infty \end{cases} \qquad (9.1)$$

$$dy(t) \to \begin{cases} (e^{\pi})^{2^t} & \text{für } t \to +\infty \\ 0 & t \to -\infty \end{cases} \qquad (9.2)$$

Rekursion für x(t) allein

** aufwärts

$$x(0) = 1;\ x(1) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$x(t+2) = \frac{1}{2}\left(x(t+1) + \sqrt{(2x(t+1) - x(t))x(t)}\right);$$

$$t = 0,1,2,3,...$$

$$\lim_{t\to\infty} x(t) = \mathrm{agm}\left(1, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0.847213084793 9...$$

** abwärts

$$x(0) = 1;\ x(-1) = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x(t-2) = x(t-1) + 2\sqrt{(x(t-1) - x(t))x(t)};$$

$$t = 0, -1, -2, -3, \ldots$$

$$x(-i) = 2^{i} x(i)$$

Rekursion für dx(t) allein, aufwärts

$$dx(0) = 2\frac{\sqrt[4]{2} + 1}{\sqrt[4]{2} - 1} = 23.14085403\ldots$$

$$dx(t+1) = \frac{1}{2}((dx(t))^2 + \sqrt{(dx(t))^4 - 2^4});$$

$$t = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

$$\rightarrow \sqrt{dx(1)} = 23.14069263\ldots$$

$$\lim_{t \to \infty} \sqrt[2^t]{dx(t)} = e^{\pi} = 23.14069263\ldots$$

Sehr schnelle Konvergenz:

$$ddx(t) = \frac{dx(t) - dx(t+1)}{dx(t+1) - dx(t+2)} \rightarrow ????$$

$$\text{für } t \rightarrow \infty$$

Im Debattierclub 9

Just for fun

Einige mathematische Kuriositäten mit den Zahlen 1, 2, 3 und 6

Some mathematical oddities with numbers 1, 2, 3, und 6

6 = 1 + 2 + 3 = 1 * 2 * 3

6^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 = 1^2 * 2^2 * 3^2

(6^3)/2 = 1^1 * 2^2 * 3^3

(2^6)/2 = 1^1 + 2^2 + 3^3

Find more and similar.

9.1 163fe

** 1+2*3^4 = 163

** $\sum_{i=0}^{4}\binom{8}{i} = \frac{1}{2}[4^4 + \sum_{i=0}^{4}\binom{4}{i}^2]$

$$= \frac{1}{2}[4^4 + \binom{8}{4}] = 163$$

** 163, 2, e, almost integer

$$\frac{163}{\ln 163} = 31.9999987... \approx 2^5$$

$$e^{\frac{163}{2^5}} = 162.9999673... \approx 163$$

** 163 and Feigenbaum constant

$\delta = 4.669201609102990...$

$\delta \approx 4*1 = \underline{4}$

$$\delta \approx 4*\frac{1+\frac{12^2}{163}+...}{1+\frac{10^2}{163}+...} = \underline{4.669201}\ 5209...$$

$$\delta \approx 4*\frac{1+\frac{12^2}{163}+\frac{4*12^2+31}{4*163^2}+...}{1+\frac{10^2}{163}+\frac{10^2+30}{163^2}+...}$$

$= \underline{4.66920160}933975...$

Ist diese doch recht gute Approximation ein Zufallstreffer und eine Sackgasse oder lässt sie sich auf irgendeine Weise systematisch ad infinitum fortsetzen?

** 163, 2, π and a digit transposition

$$\frac{2^8}{163} = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{23}}}} = \underline{1.570}\ 552147... \approx \frac{\pi}{2}$$

$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{32}}}} = \frac{355}{226}$$

$$= \underline{1.57079}64601... \approx \frac{\pi}{2}$$

** 163, e, π, almost integer

$$e^{\frac{\pi}{3}\sqrt{163}} = 640320.000000000006049...$$

$$e^{\pi\sqrt{163}}$$

$$= 262537412640768743.9999999999925007...$$

** 163 and primes

The Euler polynomial $f(x) = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{163}{4}$ generates for $x \in \mathbb{N}[0,39]$ only primes, esp. the Bernoulli marker $f(25) = 691$.

Why is that so?

Does f(x) generate for larger x another prime sequences?

Untersuchen Sie die Primzahlerzeugung mit dem Polynom $g(x) = (x + \frac{a}{2})^2 + \frac{163}{2}$ für $a,x \in \mathbb{Z}$.

** 163 scf curiosities

$$\frac{3^5}{163} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2*13 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}}}}$$

$$\frac{3^7}{163} = 13 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{13}}}}}$$

$$\frac{13}{163} = \cfrac{1}{12 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{6}}}}$$

$$\frac{13+12}{163} = \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{12}}}}$$

9.2 1, 2, 5, 6, and e; almost integer

$$\left[(2-1)^2+\frac{(5^2-1)^2}{6^2+1}\right]\mathrm{e}$$

$$-\left[(2+1)^2+\frac{(5^2+1)^2}{6^2-1}\right]^{-1}$$

$$=\frac{613}{37}\mathrm{e}-\frac{35}{991}=44.99999999993962...$$

9.3 5-Rasenmäher/5-lawnmower

$$\det\begin{bmatrix}5100000000\\1510000000\\0151000000\\0015100000\\0001510000\\0000151000\\0000015100\\0000001510\\0000000151\\0000000015\end{bmatrix}=6665999$$

$$\left|\begin{array}{l}\text{Quersumme/digit sum}(6665999)=2*5^2\\ \text{alternierende Quersumme/}\\ \text{alternating digit sum}(6665999)=2*5\end{array}\right.$$

$$6665999 = U_{2*5}\left(\frac{5}{2}\right)$$

$U_n(x)$ - Chebyshev polynomial of the second kind

Find other lawnmower expressions.

9.4 77

Ich bin 77, Geburtsjahrgang 1936

Na und, aus diesen Zahlen lässt sich doch was herausholen!

** $1936 = 44^2 = 2^{2^2} * 11^2$

** 77 = 7*11 ist eine Pseudoprimzahl

7 – größte einstellige Primzahl

11 – kleinste zweistellige Primzahl

** $77 = 4^2 + 5^2 + 6^2$

Summe dreier aufeinanderfolgender Quadratzahlen

** 77 = 2+3+5+7+11+13+17+19

Summe der ersten acht aufeinander-folgenden Primzahlen

** 77 ist die kleinste natürliche Zahl mit der multiplikativen Beharrlichkeit 4.

http://de.wikipedia.org/wiki/Querprodukt

** Alle natürlichen Zahlen > 77 lassen sich als Summe natürlicher Zahlen darstellen so, dass die Summe der Reziproken dieser Zahlen 1 ist.

Beispiel: $78 = 2+6+8+10+12+40$,

$$2^{-1} + 6^{-1} + 8^{-1} + 10^{-1} + 12^{-1} + 40^{-1} = 1$$

** $\sqrt{77} = [8;\overline{1,3,2,3,1,16}, ...]$

7-freie Kettenbruchentwicklung

** $\frac{1}{77} = 0.\overrightarrow{\overleftarrow{012987}}... = 12987 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$$= 13 * 27 * 37 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}} = 13 * 999 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

$$= 3^3 * 13 * 37 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

** $\frac{1}{77} = 0.\overrightarrow{\overleftarrow{012987}}... = 12987 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$$= 13 * 27 * 37 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}} = 13 * 999 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

$$= 3^3 * 13 * 37 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

** $\frac{9}{77} = 0.\overrightarrow{11}\overleftarrow{6883}\ldots = 116883 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$= 9*3^3*13*37*\frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$\frac{13}{77} = 0.\overrightarrow{16}\overleftarrow{831}\ldots = 168831 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$= 13*3^3*13*37*\frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$\frac{53}{77} = 0.\overrightarrow{68}\overleftarrow{311}\ldots = 688311 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$= 53*3^3*13*37*\frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$\frac{68}{77} = 0.\overleftarrow{883}\overrightarrow{116}\ldots = 883116 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$= 68*3^3*13*37*\frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$$\frac{64}{77} = 0.\overleftarrow{\overline{831168}}\overrightarrow{\ldots} = 831168 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

$$= 64 * 3^3 * 13 * 37 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

$$\frac{24}{77} = 0.\overleftarrow{\overline{311688}}\overrightarrow{\ldots} = 311688 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

$$= 24 * 3^3 * 13 * 37 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

$$3^3 * 13 * 37 * 77 = 3^3 * 7 * 11 * 13 * 37 = 999999$$

$27 * 37 = 999;\ 13 * 77 = 1001;$

$999 * 1001 = 999999 = 116883 + 883116$

** Ein naher Verwandter:

$31 * 127^2 = 49999$

$77 * 127 = 9779$

** Euler*1707 & Gauß*1777

$$\frac{1707}{77} = 22 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{12}}}$$

$$\frac{1777}{77} = 23 + \cfrac{1}{12 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{5}}}$$

** Interpretieren Sie vorstehende Wertekonstellationen. Siehe hierzu http://de.wikipedia.org/wiki/Teilbarkeit

** Eine Zahl ist genau dann durch **7** teilbar, wenn ihre alternierende 3er-Quersumme durch 7 teilbar ist.

** Eine Zahl ist genau dann durch **11** teilbar, wenn ihre alternierende Quersumme durch 11 teilbar ist.

** Eine Zahl ist genau dann durch **13** teilbar, wenn ihre alternierende 3er-Quersumme durch 13 teilbar ist.

** Eine Zahl ist genau dann durch **77** teilbar, wenn ihre alternierende 3er-Quersumme durch 77 teilbar ist.

** Eine Zahl ist genau dann durch **27** teilbar, wenn ihre nichtalternierende 3er-Quersumme durch 27 teilbar ist. .

** Eine Zahl ist genau dann durch **37** teilbar, wenn ihre nichtalternierende 3er-Quersumme durch 37 teilbar ist.

** Teilbarkeit durch 31 und 127???

** Eine natürliche Zahl n ist genau dann durch **77** teilbar, wenn ihre alternierende 3er-Quersumme durch 77 teilbar ist.
Beispiel
n=322456904
alternierende 3-er Quersumme=
904-456+322=770
77|770 → 77|322456904

** Teilbarkeit durch 7, rekursiver Test

7|n genau dann, wenn $7|(\text{abs}(n') < n)$ mit

$n' = \text{div}(n,8) + \text{rest}(n,8)$
$n' = \text{div}(n,10) - 2\text{rest}(n,10)$
$n' = 2\text{div}(n,100) + \text{rest}(n,100)$
$n' = \text{div}(n,1000) - \text{rest}(n,1000)$
Suchen Sie ähnliche rekursive Teilbarkeitskriterien für 77.

** Find more

** **Jewish lunar month** continued fraction

The length of the mean lunar month in the Jewish traditional calendar is 29.53059 days.

m = 29.53059 has an interesting simple continued fraction representation:

$$m = 29.53059$$

$$= [29;1,1,7,\underbrace{1,2,18,2,1}_{sum=24},1,1,1,13]$$

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}_{sum=24}$$

The total sum of the scf-elements is 77.

9.5 A deep well

We consider the following algorithms.

A1
Input: natural number
x := natural number
i := 0
repeat ** factorize x into prime factors in
ascending order;

** x := concatenation of these prime factors;
** i := i+1

until x is prime

prime := x; n := i

Output: prime; n

A2

Input: natural number

x := natural number

i := 0

repeat ** factorize x into prime factors in ascending order;
** x := sum of these prime factors;
** i := i+1

until x is prime

prime := x; n := i

Output: prime; n

Discuss these algorithms by means of examples:

** Relation input – output

** Do the recursion terminate for all natural numbers input; in search for the "wormholes".

Or conjecture: The recursion terminates for all natural numbers input to a prime.

** Graph “n = f(natural number input)”

Natural number input = 8 = hot spot

A1

i	x(i)
0	8=2*2*2
1	222=2*3*37
2	2337=3*19*41
3	31941=3*3*3*7*13*13
4	33371313=3*11123771
5	311123771=7*149*317*941
6	7149317941=229*31219729
7	22931219729=11*2084656339
8	112084656339=3*347*911*118189m
9	3347911118189=11*613*496501723
10	11613496501723=97*130517*917327
11	97130517917327=53*1832651281459
12	531832651281459=3*3*3*11*139*653*3863*5107
13	333111396533863510 7= 333111396533863510 7 is prime, stop

Output: prime=33311139653386351 07;
n=13

A2

i	x(i)
0	8=2*2*2
1	222=2*3*37
2	42=2*3*7
3	12=2*2*3
4	7 = 7 is prime, stop

Output: prime=7; n=4

Natural number input = 20 = hot spot

A1

i	x(i)
0	20=2*2*5
1	225=3*3*5*5
2	3355=5*11*61
3	51161=11*4651
4	114651=3*3*12739
5	3312739=17*194867
6	17194867=19*41*22073
7	194122073=709*273797
8	709273797=3*97*137*17791
9	39713717791=11*3610337981
10	11361033798 1=7*3391*4786213

11 733914786213=
3*3*3*3*7*23*31*1815403
12 3333723311815403=
13*17*23*655857429041
13 131723655857429041=
7*7*2688237874641409
14 772688237874641409=
3*31*8308475676071413
15 331830847567607141 3=
331830847567607141 3 is prime; stop
Output: prime=331830847567607141 3; n=15

A1

Nat.num.inp.	n
1	1
2	1prime
3	1
4	2
5	1
6	1
7	1
8	13
9	2
10	4

11	1
12	1
13	1
14	5
15	4
16	4
17	1
18	1
19	1
20	15
21	1
22	1
23	1
24	2
25	3
26	4
27	4
28	1
29	1
30	2
31	1
32	2
33	1
34	5
35	3

36	2
37	1
38	2
39	1
40	9
41	1
42	2
43	1
44	9
45	6
46	1
47	1
48	15
49	>46
50…76	2, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 2, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 6, 19, 1, 1, 2, 3, 1, 1, 3, 1, 2, 2, 3
77	>45
78	8
79	1
80	31
81	9
82	1
83	1
84	1

85	3
86	17
87	18
88	2
89	1
90	3
91	7
92	2
93	1
94	2
95	4
96	28
97	1
98	1
99	2
100..111	3, 1, 2, 1, 14, 25, 2, 1, 2, 1, 2, 1
112	>43
113…145	1, 3, 1, 18, 1, 4, 4, 17, 4, 2, 24, 3, 12, 1, 7, 31, 13, 0, 4, 1, 2, 11, 14, 1, 3, 1, 2, 1, 1, 3, 12, 4
146	>51
147…200	5, 1, 1, 10, 1, 3, 6, 1, 2, 6, 1, 2, 1, 17, 12, 1, 1, 5, 1, 1, 1, 18, 6, 8, 1, 1, 1, 2, 1, 10, 1, 15, 1, 24, 1, 1, 5, 15, 44, 6, 1, 17, 3, 6, 1,

	11, 1, 2, 6, 7, 1, 1, 1, 29
201…233	1, 4, 17, 4, 1, 2, 1, 30, 2, 1, 1, 16, 3, 5, 2, 5, 4, 16, 1, 1, 3, 12, 1, 9, 14, 1, 1, 19, 1, 5, 2, 1, 1
234	>42
235…241	1,5, 1, 3, 1, 12, 1
242	>38
243…272	16, 2, 1, 1, 1, 5, 1, 3, 1, 5, 1, 2, 1, 14, 1, 6, 3, 3, 1, 1, 1, 1, 9, 1, 1, 1, 1, 3, 1, 2
273	>40

Is this all only an algorithmic finger exercise or is there any application (f.e. generation of special large primes, cryptography)?

XXL deep wells (n>40) exist for the inputs 49, 77, 112, 146, 185, 234, 242, 273, 284, 300, 312, 320, 322, 326, 328, 336, 352, 363, 407, 412, 414, 460, 495, 537, 542, 548, 556, 558, 576, 592, 596, …

Im Debattierclub 10

Man diskutiere die folgenden drei Triaden
Discuss the following triade statements:

10.1

The friends of my friends are my friends.
The enemies of my enemies are my friends.
The enemies of my enemies are my enemies too.

10.2

Was gut ist, muss nicht wahr sein,
was wahr ist, muss nicht gut sein.
Was also ist wahr und was ist gut?

10.3

Es ist nicht gesagt, dass es besser wird, wenn es anders wird.
Wenn es aber gut werden soll, muss es anders werden.

Georg Christoph Lichtenberg

Im Debattierclub 11
Experimentelle Mathematik

** http://en.wikipedia.org/wiki/Experimental_mathematics
** http://mathworld.wolfram.com/ExperimentalMathematics.html
** J. Borwein, K. Devlin. Experimentelle Mathematik: Eine beispielorientierte Einführung.
ISBN-13: 978-3827426611

Versuche einen Algorithmus zu finden, der jede

ungerade Zahl $u \in \mathbb{N}$ so in $\begin{cases} \text{zwei} \\ \text{drei} \end{cases}$ Summanden

$\begin{cases} x \in \mathbb{N} \text{ und } y \in \mathbb{N};\ x+y = u \\ x \in \mathbb{N},\ y \in \mathbb{N} \text{ und } z \in \mathbb{N};\ x+y+z = u \end{cases}$ zerlegt,

dass die $\begin{cases} \text{Pixel } (x, y) \\ \text{Voxel } (x, y, z) \end{cases}$ für $u = \text{prime}$ ein

systematisch aufgebautes $\begin{cases} \text{2D} \\ \text{3D} \end{cases}$ Muster bilden.

Lösungsstart 2D
** Der Start ist eindeutig: 3=1+2.
** Dann könnte man versuchsweise (5=2+3 oder 5=1+4) und (7=3+4 oder 7=2+5 oder 7=1+6) nehmen….

References
http://en.wikipedia.org/wiki/Voxel
http://de.wikipedia.org/wiki/Goldbachsche_Vermutung
http://en.wikipedia.org/wiki/Goldbach%27s_conjecture
http://en.wikipedia.org/wiki/Ulam_spiral
https://www.google.de/search?q=prime+patterns&sa=N&tbm=isch&tbo=u&source=univ&ei=p2jZUsqRE8jOswbHuoDYDw&ved=0CCwQsAQ&biw=1400&bih=906
http://www.magic-squares.net/primes.htm

Im Debattierclub 12
Nonsens?

Finden Sie einen EA-ähnlichen Algorithmus zur

Bestimmung der $\begin{cases} \text{kleinsten} \\ \text{größten} \end{cases}$ natürlichen Zahl durch

die eine gegebene natürliche Zahl $\begin{cases} \text{restfrei} \\ \text{nicht restfrei} \end{cases}$

teilbar ist.

Im Debattierclub 14
Exitus?

Stellen Sie sich vor, alles Leben auf der Erde wäre durch einen kosmischen Gammablitz ausgelöscht worden. Was wäre dann mit der Mathematik geschehen?

Im Debattierclub 15
Das Ahornblatt

Bestimmen Sie die mittlere fraktale Dimension der Blätter von Spitzahorn (Acer platanoides). Diskutieren Sie Ihr Ergebnis.

**http://en.wikipedia.org/wiki/How_Long_Is_the_Coast_of_Britain?_Statistical_Self-Similarity_and_Fractional_Dimension
**http://en.wikipedia.org/wiki/Fractal_dimension
**http://de.wikipedia.org/wiki/Spitzahorn
**https://www.google.de/search?q=Blätter+von+Spitzahorn&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ei=gtn5U6q2FsnPOc2jgNAI&ved=0CCAQsAQ&biw=1091&bih=881

Im Debattierclub 16

Nachtrag zu
Unit 1 – Eine Phantasiereise vom Babylon sqr(2) Algorithmus zum RSA Code
Seite 12 Algorithmic model „Engine + load“,
convergence acceleration

Example 1
Engine = fast converging dynamic input follower
+ load = ** slow converging sequential numerical Algorithm,
** solving numeral equations,
** decomposition (splitting) of a numerical value b regarding a given expression containing k numerical variables (simplest case: expression = v1 +v2) into k values of this variables (simplest case: va1 and va2) so that the value of the given expression is b for this k values of the variables (simplest case: va1+va2 = b),
** factoring natural numbers with constraints.
See also unit 60.

Example 2
Engine = immersives (eintauchendes) Lesen eines hochspannenden kreativen SF Buches [1)]
+ load = schleppend vorangehendes
** Lösen eines mathematischen Problems,
** Design eines Algorithmus.

Dynamic input following: intermittierendes
** SF Text lesen - Problem bearbeiten **
in geeigneten Partitionen und in geeigneter Umgebung.
Der „Mitnahmeeffekt in Richtung Akzeleration der Problemlösung“ kann bei optimaler Gestaltung beträchtlich sein.
Haben Sie eine ähnliche Erfahrung gemacht?
Haben Sie Erfolgserlebnisse mit anderen nichtinvasiven Kreamotoren (Badewanne, Samadhi-Tank, Golf, Bergwanderung, Chinarestaurant, …) und Ihrem Lastproblem?

---

1) z.B. C. Sagan. Contact.

Im Debattierclub 17
Die Priek-Lapümfen Story von Zweistein [1,2],
Verfremdungs-Bluff, word design

„Drei Prieks gibt es, nämlich den Bopriek, den Kipriek und den Blapriek; und jeder Priek gnaselt genau eine Lapümfe. Folglich gibt es drei verschiedene Lapümfen: Die Drauslapümfe, die Glesslapümfe und die Haplapümfe. Jede Lapümfe wiederum knaudert und zwar knaudert die eine Lapümfe an, die zweite ab und die dritte knaudert über. Wenn nun die überknaudernde Lapümfe entweder vom Kipriek oder vom Bopriek gegnaselt wird, dann knaudert die Drauslapümfe an. Nun wird die Haplapümfe nicht vom Kipriek gegnaselt, und sie überknaudert auch nicht. Außerdem gnaselt der Bopriek nicht die Drauslapümfe, und die von ihm gegnaselte Lapümfe knaudert nicht ab. Und wenn die Drauslapümfe vom Kipriek gegnaselt wird, dann knaudert die Glesslapümfe nicht über. Welcher Priek gnaselt welche Lapümfe, und wie knaudert jede Lapümfe?“
mit der Lösung
Der Kiepriek gnaselt die abknaudernde Glesslapuemfe,
der Bopriek gnaselt die anknaudernde

Haplapuemfe,
der Blapriek gnaselt die überknaudernde Drauslapuemfe.

geistert seit den 1970er Jahren durch Rätselsammlungen aller Art und später auch durch das Internet.
Sie ist ein Beispiel dafür, wie durch exotische. Bluff-Wörter (**word design**: Priek, Lapümfe, knaudern, gnaseln) und -Wendungen ein relativ einfacher (mathematischer) Sachverhalt „publikumswirksam verfremdet“ werden kann und dadurch plötzlich auf den ersten und wohl auch zweiten Blick für den in dieser Hinsicht Ungeübten als nahezu undurchschaubar erscheint.

Versuchen Sie sich in dieser Kunst durch größtmögliche Verfremdung der folgenden Story

„Ein Bauer hinterließ seinen drei Söhnen nach seinem Tode 17 Goldmünzen. In seinem Testament legte er fest, dass der älteste Sohn die Hälfte des Schatzes bekommen sollte, der mittlere ein Drittel und der jüngste ein Neuntel. Dabei sollte keine Münze geteilt werden. Die Söhne konnten dieses Problem nicht lösen.

So fragten sie ihren Nachbarn um Rat. Der sagte: “Sehr einfach. Ich gebe euch noch eine Goldmünze. Dann habt ihr 18. Nun bekommt Karl 9, Hans 6 und Franz 2. Damit ist der Wille des Vaters erfüllt und noch besser: jeder bekommt mehr als ihm eigentlich zusteht. Das Beste aber ist: ich kann meine Münze wieder mitnehmen.“ Die Söhne waren zufrieden und lobten die Klugheit des Nachbarn im ganzen Dorfe.“

Im Debattierclub 6
Fünf Denksportaufgaben
Collages aus allerlei Fundstücken
6.1 Eine Geschichte aus alter Zeit

und eigener Texte.
Wozu ist das gut?

[1] http://www.zeit.de/1970/11/logelei
[2] Neue Logeleien von Zweistein, Hamburg 1971

Word design findet man häufig in der SF und Mystery Literatur zur Erzeugung eines geeigneten Lokalkolorits. Z.B.

[3] U.K. LeGuin. The Left Hand of Darkness.
Die linke Hand der Dunkelheit.
[4] J. R. R. Tolkien. The Lord of the Rings.
Der Herr der Ringe.

Im Debattierclub 21
A prime asymmetry: p_=6k-1 and p_+=6k+1 primes generate different kinds of continued fractions.

All primes $\geqslant 5$ have the form

$$p_{\pm} = 6k \pm 1\,;\ k \in \mathbb{N}. \tag{1}$$

The infinite simple continued fractions

$$a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \ddots}}} = [a_0\,;\ a_1,\, a_2,\, a_3,\, ...]\,;\ a_i \in \mathbb{N}_0 \tag{2}$$

of the prime function

$$f(p) = \frac{\sqrt[p]{e}}{3 - 2\sqrt[p]{e}} \tag{3}$$

are sequences of triplets of triplets both for p_ and p_+:

$$f(p_-) = [\ \underbrace{\underbrace{1\,;\ c_0,\, 1}_{\text{elementary triplet}}\ ,\ \underbrace{5,\, c_1,\, 1}\ ,\ \underbrace{5,\, c_2,\, 5}}_{\text{main triplet}}\ ,\ \underbrace{\underbrace{1,\, c_3,\, 1}_{\text{elementary triplet}}\ ,\ \underbrace{5,\, c_4,\, 1}\ ,\ \underbrace{5,\, c_5,\, 5}}_{\text{main triplet}}\ ,\ ...] \tag{4}$$

$$f(p_+) = [\underbrace{1\,;\ d_0,\, 1}, \underbrace{1,\, d_1,\, 1}, \underbrace{1,\, d_2,\, 5}, \underbrace{1,\, d_3,\, 1}, \underbrace{1,\, d_4,\, 1}, \underbrace{1,\, d_5,\, 5}, ...]\,, \tag{5}$$

but with different arrangements of the bodyguard elements (noise) 1 and 5 of the elementary triplets and with remarkably different structures of the variable elements (signals c_i and d_i, respectively:

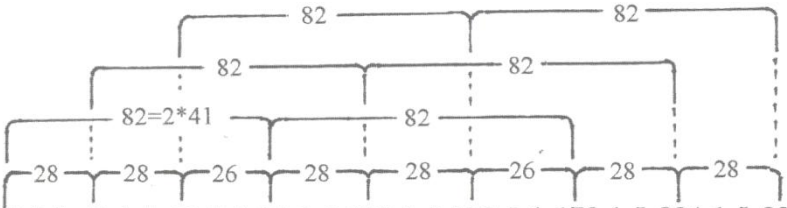
$$
\begin{aligned}
c_i &= \frac{p_- + 1}{3}\Big(2\,i + 1\Big) - 2\Big(\mathrm{int}\Big(\frac{i}{3}\Big) + 1\Big) \\
&= 2k\Big(2\,i + 1\Big) - 2\Big(\mathrm{int}\Big(\frac{i}{3}\Big) + 1\Big) \\
&= c_0 + (c_1 - c_0)i - 2\mathrm{int}\Big(\frac{i}{3}\Big);\; c_0 = \frac{p_- - 5}{3} = 2(k-1)\,;\; c_1 = p_- - 1 = 2(3k-1) \qquad (6)
\end{aligned}
$$

$$
d_i = \begin{cases} d_0 + (d_3 - d_0)\frac{i}{3} & i \bmod 3 = 0 \\ d_1 + (d_4 - d_1)\frac{i-1}{3} & \text{for} \quad i \bmod 3 = 1 \\ d_2 + (d_5 - d_2)\frac{i-2}{3} & i \bmod 3 = 2 \end{cases} ;
$$

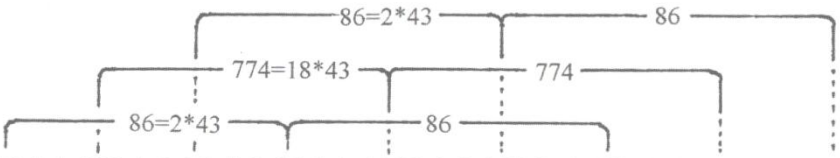
i	d_i
0	$2k-1$
1	$54k+8$
2	$10k+1$
3	$14k+1$
4	$162k+26$
5	$22k+3$

$$
;\; 2k = \frac{p_+ - 1}{3} \qquad (7)
$$

So we have f.i. for the prime twins p_=41 and p_+=43 (k=7):



$$
f(41) = [1; \mathbf{12}, 1, 5, \mathbf{40}, 1, 5, \mathbf{68}, 5, 1, \mathbf{94}, 1, 5, \mathbf{122}, 1, 5, \mathbf{150}, 5, 1, \mathbf{176}, 1, 5, \mathbf{204}, 1, 5, \mathbf{232}, 5, ...] \qquad (8)
$$



$$
f(43) = [1; \mathbf{13}, 1, 1, \mathbf{386}, 1, 1, \mathbf{71}, 5, 1, \mathbf{99}, 1, 1, \mathbf{1160}, 1, 1, \mathbf{157}, 5, 1, \mathbf{185}, 1, 1, \mathbf{1934}, 1, 1, \mathbf{243}, 5, ...] \qquad (9)
$$

The continued fractions (8) and (9) illustrate the aforementioned difference between c_i and d_i. In the first case p_ have all successive c_i-differences inside a main triplet and all differences (c_{i+3}-c_i) the same values:

$$
(\forall i)_{i \bmod 3=0}\,(c_{i+1} - c_i) = (\forall i)_{i \bmod 3=1}\,(c_{i+1} - c_i) = \frac{2}{3}\Big(p_- + 1\Big) \qquad (10)
$$

$$
(\forall i)\,(c_{i+3} - c_i) = 2\,p_-\,. \qquad (11)
$$

In the case of p_+ the structure of the accompanying continued fraction (5) is more difficult:

$$
(\forall i)_{i \bmod 3=0}\,(d_{i+1} - d_i) \neq (\forall i)_{i \bmod 3=1}\,(d_{i+1} - d_i) \qquad (12)
$$

$$
(\forall i)_{i \bmod 3=0}\,(d_{i+3} - d_i) = (\forall i)_{i \bmod 3=2}\,(d_{i+3} - d_i) = 2\,p_+ \qquad (13)
$$

$$
(\forall i)_{i \bmod 3=1}\,(d_{i+3} - d_i) = 18\,p_+\,. \qquad (14)
$$

Discuss applications, esp. of this prime asymmetry.