Unit 17
Und, wozu ist das gut?
Ein Primzahl Chat

Angenommen, **ein Bildungsgesetz der Primzahlfolge sei bekannt**, z.B. in Form einer Rekursionsgleichung mit dem

Input = transzendente Zahl, die aus der Folge der natürlichen Zahlen mit beliebiger gültiger Stellenzahl berechnet werden kann (wie z.B. e, π, e^{π}, …)[1)]

Output = { Primzahlfolge gewünschter Länge
gewünschtes Segment der Primzahlfolge
n-tePrimzahl.

Welche neuen Problemlösungsmöglichkeiten und –werkzeuge könnten sich damit und mit den zugehörigen Folgerungen für die Naturwissenschaften und für die Technik (insbesondere IT) ergeben?

Durchmustern Sie mit dieser Fragestellung das Internet und stellen Sie gefundene Antworten und Ansätze in einer Tabelle zusammen. Diskutieren Sie Ihren Fang und Ihre eigenen Ideen hierzu kritisch.

Anmerkung

Eine Lösung für die Umkehrung dieses Problems geht auf Leonhard Euler zurück:

$$\prod_{i=2}^{\infty} \frac{p_i^2}{p_i^2+1} = \frac{\pi^2}{12} \qquad (1.1)$$

$$\prod_{i=2}^{\infty} \frac{p_i^2}{p_i^2-1} = \frac{\pi^2}{8} \; ; \qquad (1.2)$$

$p_2=3$, $p_3=5$, $p_4=7$, $p_5=11$, $p_6=13$, $p_7=17$, ...

Leider sind die Gln (1) nur eine „Einbahnstraße“: $p_i \rightarrow \pi^2$.

Zum Vergleich andere derartige Einbahnstraßen

$$\prod_{i=2}^{\infty} \frac{i^2}{i^2+1} = \frac{2\pi}{\sinh \pi} \tag{2.1}$$

$$\prod_{i=1}^{\infty} \frac{(2i)^2}{(2i)^2+1} = \frac{\pi}{2\sinh \frac{\pi}{2}} \tag{2.2}$$

$$\prod_{i=2}^{\infty} \frac{(2i-1)^2}{(2i-1)^2+1} = \frac{2}{\cosh \frac{\pi}{2}} \tag{2.3}$$

$$\prod_{i=2}^{\infty} \frac{i^2}{i^2-1} = 2 \tag{2.4}$$

$$\prod_{i=1}^{\infty} \frac{(2i)^2}{(2i)^2-1} = \frac{\pi}{2} \tag{2.5}$$

$$\prod_{i=2}^{\infty} \frac{(2i-1)^2}{(2i-1)^2-1} = \frac{4}{\pi} \tag{2.6}$$

$$\prod_{i=1}^{\infty} \frac{(2i-1)^2+1}{(2i-1)^2} \pm \prod_{i=1}^{\infty} \frac{(2i)^2+1}{(2i)^2} = \begin{cases} e^{\pi/2} \\ e^{-\pi/2} \end{cases} \tag{3}$$

Eine anspruchsvolle Aufgabe
Gegeben ist die transzendente Zahl

$\rho = 3.089548294173952229627346519086 9$

138214369972383322069017890344261
235269116238105405493451482366428
141775444117278558007612698763442
108108803839638476753038735809136
161895681716308929918301084869954
166… (4)

Dekodieren Sie hieraus den Anfangsteil der Primzahlfolge.

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

1)

$$e^2 = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{2^i}{i!} \; ; \; \frac{\pi^2}{6} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^2} \qquad (5.1;2)$$