Im Debattierclub n°9

Just for fun
Einige mathematische Kuriositäten mit den Zahlen 1, 2, 3 und 6
Some mathematical oddities with numbers 1, 2, 3, und 6

---

6 = 1 + 2 + 3 = 1 * 2 * 3
6^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 = 1^2 * 2^2 * 3^2
(6^3)/2= 1^1 * 2^2 * 3^3
(2^6)/2= 1^1 + 2^2 + 3^3
3*2: Tempus fugit.
Ultima latet.
Carpe diem.

Find more and similar.

9.1 163fe

** 1+2*3^4 = 163

** $\sum_{i=0}^{4}\binom{8}{i}=\frac{1}{2}[4^4+\sum_{i=0}^{4}\binom{4}{i}^2]$

$$=\frac{1}{2}[4^4+\binom{8}{4}]=163$$

** 163, 2, e, almost integer

$$\frac{163}{\ln 163}=31.9999987...\approx 2^5$$

$$e^{\frac{163}{2^5}}=162.9999673...\approx 163$$

** 163 and Feigenbaum constant

$$\delta = 4.669201609102990...$$

$$\delta \approx 4*1 \qquad = \underline{4}$$

$$\delta \approx 4*\frac{1+\frac{12^2}{163}+...}{1+\frac{10^2}{163}+...} = \underline{4.669201}\,5209...$$

$$\delta \approx 4*\frac{1+\frac{12^2}{163}+\frac{4*12^2+31}{4*163^2}+...}{1+\frac{10^2}{163}+\frac{10^2+30}{163^2}+...}$$

$$= \underline{4.6692016093}3975...$$

Ist diese doch recht gute Approximation ein Zufallstreffer und eine Sackgasse oder lässt sie sich auf irgendeine Weise systematisch ad infinitum fortsetzen?

** 163, 2, π and a digit transposition

$$\frac{2^8}{163} = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{23}}}} = \underline{1.570}\ 552147... \approx \frac{\pi}{2}$$

$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{32}}}} = \frac{355}{226}$$

$$= \underline{1.57079}64601... \approx \frac{\pi}{2}$$

** 163, e, π, almost integer

$$e^{\frac{\pi}{3}\sqrt{163}} = 640320.000000000006049...$$

$$e^{\pi\sqrt{163}}$$

$$= 262537412640768743.9999999999925007...$$

** 163 and primes

The Euler polynomial $f(x) = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{163}{4}$ generates for $x \in \mathbb{N}[0,39]$ only primes, esp. the Bernoulli marker $f(25) = 691$.

Why is that so?
Does f(x) generate for larger x another prime sequences?

Untersuchen Sie die Primzahlerzeugung mit dem Polynom $g(x) = (x + \frac{a}{2})^2 + \frac{163}{2}$ für $a,x \in \mathbb{Z}$.

** 163 scf curiosities

$$\frac{3^5}{163} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2*13 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}}}}$$

$$\frac{3^7}{163} = 13 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{13}}}}}$$

$$\frac{13}{163} = \cfrac{1}{12 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{6}}}}$$

$$\frac{13+12}{163} = \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{12}}}}$$

9.2 1, 2, 5, 6, and e; almost integer

$$\left[(2-1)^2+\frac{(5^2-1)^2}{6^2+1}\right]e$$

$$-\left[(2+1)^2+\frac{(5^2+1)^2}{6^2-1}\right]^{-1}$$

$$=\frac{613}{37}e-\frac{35}{991}=44.99999999993962...$$

9.3 5-Rasenmäher/5-lawnmower

$$\det\begin{bmatrix}5100000000\\1510000000\\0151000000\\0015100000\\0001510000\\0000151000\\0000015100\\0000001510\\0000000151\\0000000015\end{bmatrix}=6665999$$

$$\left|\begin{array}{l}\text{Quersumme/digit sum}(6665999)=2*5^2\\ \text{alternierende Quersumme/}\\ \text{alternating digit sum}(6665999)=2*5\end{array}\right.$$

$$6665999 = U_{2*5}\left(\frac{5}{2}\right)$$

$U_n(x)$ - Chebyshev polynomial of the second kind

Find other lawnmower expressions.

9.4 77

Ich bin 77, Geburtsjahrgang 1936

Na und, aus diesen Zahlen lässt sich doch was herausholen!

** $1936 = 44^2 = 2^{2^2} * 11^2$

** 77 = 7*11 ist eine Pseudoprimzahl

7 – größte einstellige Primzahl

11 – kleinste zweistellige Primzahl

** $77 = 4^2 + 5^2 + 6^2$

Summe dreier aufeinanderfolgender Quadratzahlen

** 77 = 2+3+5+7+11+13+17+19

Summe der ersten acht aufeinander-folgenden Primzahlen

** 77 ist die kleinste natürliche Zahl mit der multiplikativen Beharrlichkeit 4.

http://de.wikipedia.org/wiki/Querprodukt

** Alle natürlichen Zahlen > 77 lassen sich als

Summe natürlicher Zahlen darstellen so, dass

die Summe der Reziproken dieser Zahlen 1 ist.
Beispiel: 78 = 2+6+8+10+12+40,

$$2^{-1} + 6^{-1} + 8^{-1} + 10^{-1} + 12^{-1} + 40^{-1} = 1$$

** $\sqrt{77} = [8;\overline{1,3,2,3,1,16},...]$

7-freie Kettenbruchentwicklung

** $\frac{1}{77} = 0.\overrightarrow{\overleftarrow{012987}}... = 12987 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$$= 13 * 27 * 37 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}} = 13 * 999 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

$$= 3^3 * 13 * 37 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

** $\frac{1}{77} = 0.\overrightarrow{\overleftarrow{012987}}... = 12987 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$$= 13 * 27 * 37 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}} = 13 * 999 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

$$= 3^3 * 13 * 37 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

** $\frac{9}{77} = 0.\overrightarrow{\overleftarrow{116883}}\ldots = 116883 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$= 9*3^3*13*37*\frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$\frac{13}{77} = 0.\overrightarrow{\overleftarrow{168831}}\ldots = 168831 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$= 13*3^3*13*37*\frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$\frac{53}{77} = 0.\overrightarrow{\overleftarrow{688311}}\ldots = 688311 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$= 53*3^3*13*37*\frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$\frac{68}{77} = 0.\overleftarrow{\overrightarrow{883116}}\ldots = 883116 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$= 68*3^3*13*37*\frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$

$$\frac{64}{77} = 0.\overleftarrow{\overline{831168}}\overrightarrow{\ldots} = 831168 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

$$= 64*3^3*13*37*\frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

$$\frac{24}{77} = 0.\overleftarrow{\overline{311688}}\overrightarrow{\ldots} = 311688 * \frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

$$= 24*3^3*13*37*\frac{10^{-6}}{1-10^{-6}}$$

$$3^3*13*37*77 = 3^3*7*11*13*37 = 999999$$

$27*37 = 999;\ 13*77 = 1001;$

$999*1001 = 999999 = 116883 + 883116$

** Ein naher Verwandter:

$31*127^2 = 49999$

$77*127 = 9779$

** Euler*1707 & Gauß*1777

$$\frac{1707}{77} = 22 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{12}}}$$

$$\frac{1777}{77} = 23 + \cfrac{1}{12 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{5}}}$$

** Interpretieren Sie vorstehende Wertekonstellationen. Siehe hierzu http://de.wikipedia.org/wiki/Teilbarkeit

** Eine Zahl ist genau dann durch **7** teilbar, wenn ihre alternierende 3er-Quersumme durch 7 teilbar ist.

** Eine Zahl ist genau dann durch **11** teilbar, wenn ihre alternierende Quersumme durch 11 teilbar ist.

** Eine Zahl ist genau dann durch **13** teilbar, wenn ihre alternierende 3er-Quersumme durch 13 teilbar ist.

** Eine Zahl ist genau dann durch **77** teilbar, wenn ihre alternierende 3er-Quersumme durch 77 teilbar ist.

** Eine Zahl ist genau dann durch **27** teilbar, wenn ihre nichtalternierende 3er-Quersumme durch 27 teilbar ist. .

** Eine Zahl ist genau dann durch **37** teilbar, wenn ihre nichtalternierende 3er-Quersumme durch 37 teilbar ist.

** Teilbarkeit durch 31 und 127???

** Eine natürliche Zahl n ist genau dann durch **77** teilbar, wenn ihre alternierende 3er-Quersumme durch 77 teilbar ist.
Beispiel
n=322456904
alternierende 3-er Quersumme=
904-456+322=770
77|770 → 77|322456904

** Teilbarkeit durch 7, rekursiver Test

7|n genau dann, wenn $7|(\text{abs}(n') < n)$ mit

$n' = \text{div}(n,8) + \text{rest}(n,8)$
$n' = \text{div}(n,10) - 2\text{rest}(n,10)$
$n' = 2\text{div}(n,100) + \text{rest}(n,100)$
$n' = \text{div}(n,1000) - \text{rest}(n,1000)$

Suchen Sie ähnliche rekursive Teilbarkeitskriterien für 77.

** Find more

** 17777771 = 11*1616161

** Next birthday outlook

$$78 = \sum_{i=1}^{12} i$$

$$\sqrt{78} = [8;\overline{1,4,1,16},...]$$

$$78 = 2+6+8+10+12+40$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{40}=1$$

$$77*78 = 6006$$

$$(77^{-1}+78^{-1})^{-1} = [\frac{76}{2};\ 1,\ 2,\ 1,\ \frac{76}{2}]$$

$$76*77*78 = 456456$$

$$77*78*79 = 474474$$

** **Jewish lunar month** continued fraction

The length of the mean lunar month in the Jewish traditional calendar is 29.53059 days.

m = 29.53059 has an interesting simple continued fraction representation:

$$m = 29.53059$$

$$= [29;1,1,7,\underbrace{1,2,18,2,1}_{sum=24},1,1,1,13]$$

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}_{sum=24}$$

The total sum of the scf-elements is 77.

** With the abbreviation

$$\overbrace{17777777}^{8\text{ times}} = 17^{\underline{8}}$$

we obtain the „mirror quotient“

$$f(n) = \frac{71^{\underline{n}}}{17^{\underline{n}}}$$

$$\lim_{n\to\infty} f(n) = 4\ ;\ \lim_{n\to\infty} df(n) = 10\ ,$$

lateral

$$g(n) = \frac{160^{\underline{n}}}{17^{\underline{n}}}$$

$$\lim_{n\to\infty} g(n) = 9\ ;\ \lim_{n\to\infty} dg(n) = 10\ .$$

$$df(n) = \frac{f(n+1) - f(n)}{f(n+2) - f(n+1)}$$

Discuss these results.

Find more!

9.5 A deep well

We consider the following algorithms.

A1
Input: natural number
x := natural number
i := 0
repeat ** factorize x into prime factors in
ascending order;
** x := concatenation of these prime
factors;
** i := i+1
until x is prime
prime := x; n := i
Output: prime; n

A2
Input: natural number
x := natural number
i := 0
repeat ** factorize x into prime factors in
ascending order;
** x := sum of these prime factors;
** i := i+1

until x is prime
prime := x; n := i
Output: prime; n

Discuss these algorithms by means of examples:
** Relation input – output
** Do the recursion terminate for all natural numbers input; in search for the "wormholes".
Or conjecture: The recursion terminates for all natural numbers input to a prime.
** Graph "n = f(natural number input)"

Natural number input = 8 = hot spot

A1

i	x(i)
0	8=2*2*2
1	222=2*3*37
2	2337=3*19*41
3	31941=3*3*3*7*13*13
4	33371313=3*11123771
5	311123771=7*149*317*941
6	7149317941=229*31219729
7	22931219729=11*2084656339

8 112084656339=3*347*911*118189m
9 3347911118189=11*613*496501723
10 1161349650172 3=97*130517*
917327
11 97130517917327=53*1832651281459
12 531832651281459=3*3*3*11*139*653*
3863*5107
13 333111396533863 5107=
333111396533863 5107 is prime, stop
Output: prime=333111396533863 5107;
n=13

A2

i x(i)
0 8=2*2*2
1 222=2*3*37
2 42=2*3*7
3 12=2*2*3
4 7 = 7 is prime, stop
Output: prime=7; n=4

Natural number input = 20 = hot spot

A1

i	x(i)
0	20=2*2*5
1	225=3*3*5*5
2	3355=5*11*61
3	51161=11*4651
4	114651=3*3*12739
5	3312739=17*194867
6	17194867=19*41*22073
7	194122073=709*273797
8	709273797=3*97*137*17791
9	39713717791=11*3610337981
10	11361033798 1=7*3391*4786213
11	733914786213= 3*3*3*3*7*23*31*1815403
12	3333723311815403= 13*17*23*655857429041
13	13172365585742 9041= 7*7*268823874641409
14	77268823874641409= 3*31*8308475676071413
15	331830847567607 1413= 331830847567607 1413 is prime; stop

Output: prime=331830847567607 1413; n=15

A1

Nat.num.inp.	n
1	1
2	1prime
3	1
4	2
5	1
6	1
7	1
8	13
9	2
10	4
11	1
12	1
13	1
14	5
15	4
16	4
17	1
18	1
19	1
20	15
21	1
22	1
23	1

24	2
25	3
26	4
27	4
28	1
29	1
30	2
31	1
32	2
33	1
34	5
35	3
36	2
37	1
38	2
39	1
40	9
41	1
42	2
43	1
44	9
45	6
46	1
47	1
48	15

49	>46
50…76	2, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 2, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 6, 19, 1, 1, 2, 3, 1, 1, 3, 1, 2, 2, 3
77	>45
78	8
79	1
80	31
81	9
82	1
83	1
84	1
85	3
86	17
87	18
88	2
89	1
90	3
91	7
92	2
93	1
94	2
95	4
96	28
97	1

98	1
99	2
100..111	3, 1, 2, 1, 14, 25, 2, 1, 2, 1, 2, 1
112	>43
113…145	1, 3, 1, 18, 1, 4, 4, 17, 4, 2, 24, 3, 12, 1, 7, 31, 13, 0, 4, 1, 2, 11, 14, 1, 3, 1, 2, 1, 1, 3, 12, 4
146	>51
147…200	5, 1, 1, 10, 1, 3, 6, 1, 2, 6, 1, 2, 1, 17, 12, 1, 1, 5, 1, 1, 1, 18, 6, 8, 1, 1, 1, 2, 1, 10, 1, 15, 1, 24, 1, 1, 5, 15, 44, 6, 1, 17, 3, 6, 1, 11, 1, 2, 6, 7, 1, 1, 1, 29
201…233	1, 4, 17, 4, 1, 2, 1, 30, 2, 1, 1, 16, 3, 5, 2, 5, 4, 16, 1, 1, 3, 12, 1, 9, 14, 1, 1, 19, 1, 5, 2, 1, 1
234	>42
235…241	1,5, 1, 3, 1, 12, 1
242	>38
243…272	16, 2, 1, 1, 1, 5, 1, 3, 1, 5, 1, 2, 1, 14, 1, 6, 3, 3, 1, 1, 1, 1, 9, 1, 1, 1, 1, 3, 1, 2
273	>40

Is this all only an algorithmic finger exercise or is there any application (f.e. generation of special large primes, cryptography)?

XXL deep wells (n>40) exist for the inputs 49, 77, 112, 146, 185, 234, 242, 273, 284, 300, 312, 320, 322, 326, 328, 336, 352, 363, 407, 412, 414, 460, 495, 537, 542, 548, 556, 558, 576, 592, 596, …



Foto: Arne Stoschek