Unit Sherlock

Aus der Vektorwelt

** Vektoralgebra

$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$; $\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$

Summe/Differenz

$\mathbf{A} \pm \mathbf{B} = (A_x \pm B_x)\mathbf{i} + (A_y \pm B_y)\mathbf{j} + (A_z \pm B_z)\mathbf{k}$

Skalarprodukt

$\mathbf{AB} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

Vektorprodukt

$$\mathbf{A}x\mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

** Vektoranalysis

Nabla-Operator

$$\boldsymbol{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}$$

$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$

$$\boldsymbol{\nabla}x\mathbf{A} = \mathrm{rot}\mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & B_z \end{vmatrix}$$

**** Entwicklungssatz für das Vektorprodukt**

3 Faktoren

$\mathbf{A}x(\mathbf{B}x\mathbf{C}) = -[(\mathbf{AB})\mathbf{C} - (\mathbf{AC})\mathbf{B}]$

$$= -\begin{vmatrix} (AB) & (AC) \\ B & C \end{vmatrix}$$

5 Faktoren

$$(Ax(BxC))x(DxE) =$$

$$+\left|\begin{vmatrix} (AB) & (AC) \\ (BD) & (CD) \end{vmatrix}_{D} \quad \begin{vmatrix} (AB) & (AC) \\ (BE) & (CE) \end{vmatrix}_{E}\right|$$

7 Faktoren

$$((Ax(BxC))x(DxE))x(FxG) =$$

$$-\left|\begin{vmatrix} (AB) & (AC) \\ (BD) & (CD) \end{vmatrix}_{(DF)} \quad \begin{vmatrix} (AB) & (AC) \\ (BE) & (CE) \end{vmatrix}_{(EF)}\right|_{F} \quad \left|\begin{vmatrix} (AB) & (AC) \\ (BD) & (CD) \end{vmatrix}_{(DG)} \quad \begin{vmatrix} (AB) & (AC) \\ (BE) & (CE) \end{vmatrix}_{(EG)}\right|_{G}$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist ein durch Klammerung geschachteltes mehrfaches Vektorprodukt, die rechte Seite eine mehrfach geschachtelte Determinante zweiter Ordnung (spezielle selbstähnliche Struktur) mit einem visuell leicht erkennbaren Bildungsgesetz.
Die Fälle 9 Faktoren, 11 Faktoren, … sind nun sofort konstruierbar.
Offene Probleme

++ Formulieren Sie das Bildungsgesetz dieser Struktur (Graph, Rekursionsformel, …).

++ Welche anderen Problemfälle, z.B. aus

* 2D-Darstellung mathematischer Konstanten,
* analytische Geometrie,
* quantum algorithms,
* nested cryptocoding, …

lassen sich auf diese Struktur und ihre Erweiterungen abbilden?

++ Finden Sie einen Algorithmus zur Darstellung einer reellen Zahl/Funktion als eine solche Struktur, vgl. Kettenbruchentwicklung.

++ Diskutieren Sie weitere Anwendungen.

++ "Einbau" des Nabla-Operators

$$\boldsymbol{\nabla} = \frac{\partial}{\partial \mathrm{x}}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial \mathrm{y}}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial \mathrm{z}}\mathbf{k}$$

→ Top-down-Feldtheorie.

Diskutieren Sie dazu z.B. die "Feldgleichungen"

$$(\boldsymbol{\nabla}\mathrm{x}\mathbf{E})\mathrm{x}(\boldsymbol{\nabla}\mathrm{x}\mathbf{E}) = -\frac{\boldsymbol{\partial^2}\mathbf{B}}{\partial \mathrm{t}^2}$$

$$\mathbf{E}\mathrm{x}(\boldsymbol{\nabla}\mathrm{x}\mathbf{E}) = -\frac{\boldsymbol{\partial}\mathbf{B}}{\partial \mathrm{t}}$$

……..

im Lichte des Induktionsgesetzes der Elektrodynamik

$$\boldsymbol{\nabla}\mathrm{x}\mathbf{E} = -\frac{\boldsymbol{\partial}\mathbf{B}}{\partial \mathrm{t}} \quad .$$

++ Untersuchen Sie andere "Klammergebirge" auf der linken Gleichungsseite in Bezug auf geschachtelte Determinantendarstellungen.

Lateral 1

"Die schöne Formel"

Vergleichen Sie weiträumig

** Analytische Geometrie

Flächeninhalt eines Dreiecks in der Ebene …, Unit 19

$$\mathrm{area}(\Delta P_1P_2P_3) = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}$$

$$P_i = (x_i, y_i)$$

** Vektoralgebra

Vektorprodukt zweier Vektoren

$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$ und $\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$

$$\mathbf{A}x\mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

** Vektoralgebra

Spatprodukt dreier Vektoren

$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$

und $\mathbf{C} = C_x\mathbf{i} + C_y\mathbf{j} + C_z\mathbf{k}$

$$\mathbf{A}(\mathbf{B}x\mathbf{C}) = \mathbf{ABC} = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$

= Volumen des Parallelepipeds ($\mathbf{A}$,$\mathbf{B}$,$\mathbf{C}$)

** Vektoranalysis

Nabla-Operator

$$\boldsymbol{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}$$

$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$

$$\boldsymbol{\nabla}x\mathbf{A} = \mathrm{rot}\mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & B_z \end{vmatrix}$$

** und mehr.

Siehe auch

P. Thanu. Sleeping Beauties in Theoretical Physics. 26 Surprising Insights. Springer 2015, ISBN-13 : 978-3319134420

Lateral 2

Analysetoolbox „2D-Darstellungen von Zahlen, Zahlenfolgen und Zeichenketten“

[1] E.P. Stoschek, D. Schönfeld. Computergraphik im Spannungsfeld zwischen Algorithmus und Phantasie. Signa in silico. Kap.1
Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main 2000

[2] https://de.wikipedia.org/wiki/Ulam-Spirale
https://en.wikipedia.org/wiki/Ulam_spiral

[3] Primzahlen. Die Stars der Mathematik.
Spektrum der Wissenschaft Kompakt 06.19

Fernliegendere Ideeneinzugsgebiete:

[4] https://en.wikipedia.org/wiki/Periodic_table

[5] https://www.chemistryworld.com/news/**new-ordering-of-elements**-could-help-find-materials-with-promising-properties/4012751.article

[6] https://en.wikipedia.org/wiki/Mandala
https://en.wikipedia.org/wiki/Geoglyph

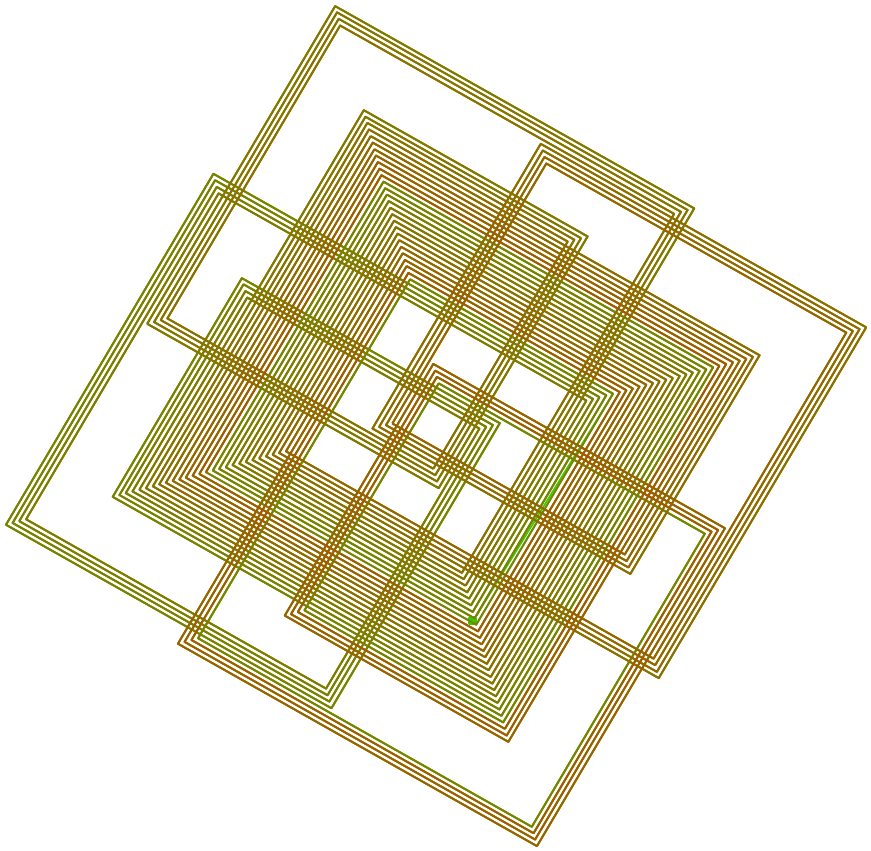
[7] P.J. Lu, P.J. Steinhardt. Decagonal and Quasi-Crystalline Tilings in Medieval Islamic Architecture.
Science vol. 315, no. 5815, p.1106-1110

[8]https://www.google.com/search?source=univ&tbm=isch&q=weaving+pattern&client=firefox-b-d&sa=X&ved=2ahUKEwie2Kq03YruAhWqPOwKHdVfByoQ7Al6BAgBEEM&biw=1280&bih=537

[9]https://www.google.com/search?source=univ&tbm=isch&q=Geometric+Patterns+from+Tiles+and+++++++++Brickwork.&client=firefox-b-d&sa=X&ved=2ahUKEwiBx8na4IruAhVSNewKHRDAAyUQjJkEegQICxAB&biw=1280&bih=537

3D ???

Signa in silico December 2020



Algorithmic windmill

02.01.2021 EPScolalg DScalc